

梁のたわみキット

ES4

ガイダンス



目次

1. ES4 梁のたわみ実験キットで出来ること	2
2. 実験リスト	3
3. 注意事項	3
ワークパネル	3
錘、ウエイトハンガ、カ	4
マグネットベースの使い方	5
ダイヤルゲージのセットアップとゼロ点調整	6
固定ブロックの使い方	7
正確な結果を得るには	9
4. 理論	10
イントロダクション	10
表記	11
たわみに影響を及ぼす要因	11
荷重	12
梁の材料	12
梁の寸法	13
梁の支点と固定状態	15
単純支持梁	16
固定梁	17
片持ち梁	18
一端固定他端単純支持梁	19
支点間距離（スパン）L	20
梁の種類とたわみ（ δ ）	21
たわみと荷重の関係	22
たわみとヤング係数の関係	22
たわみと断面 2 次モーメント（I）との関係	23
たわみと支点間距離の関係	23

1. ES3 梁のたわみ実験キットで出来ること

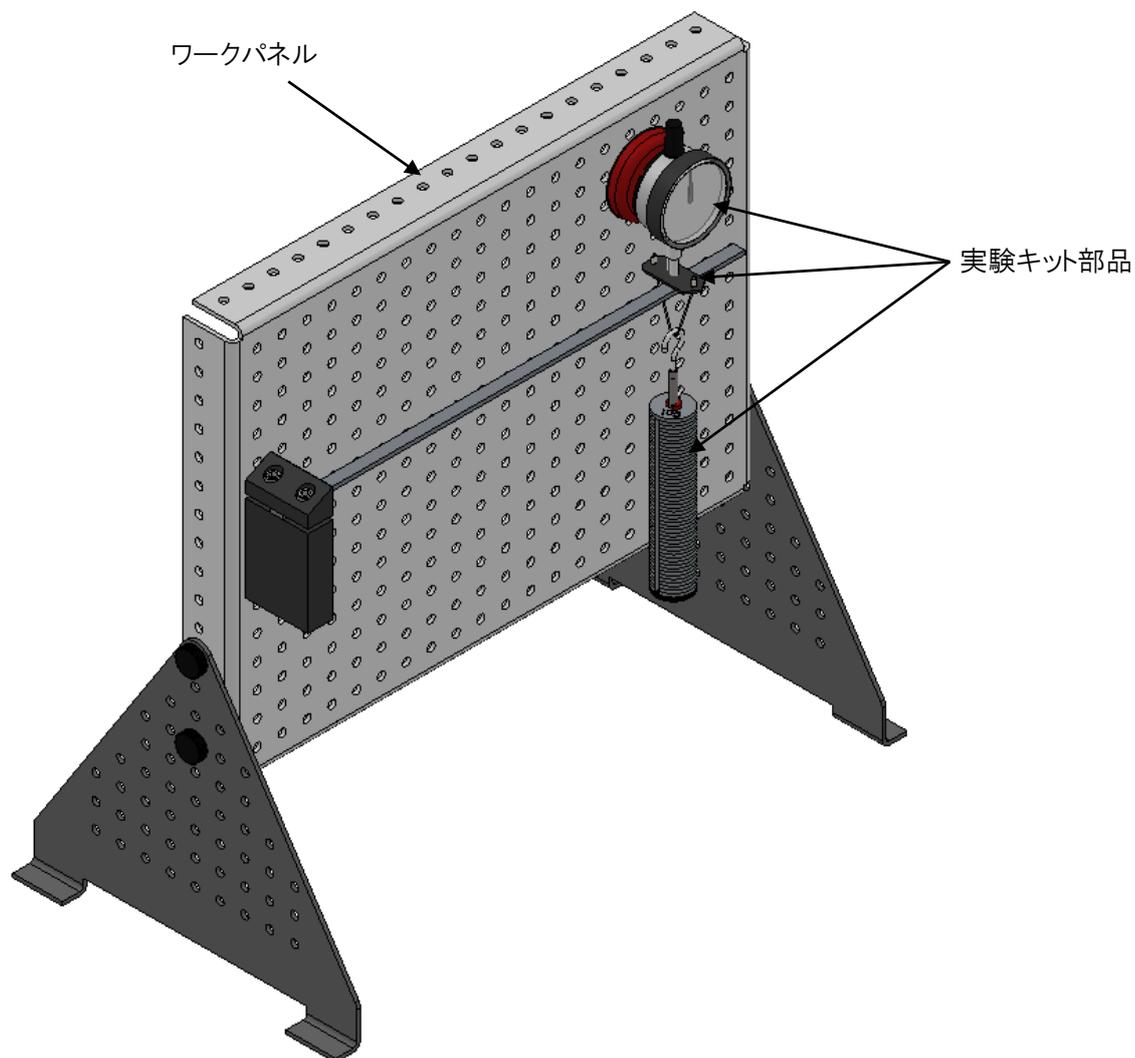


図1 実験装置例

このキットは荷重がかけられた梁のたわみ（曲がり）に影響を及ぼす要因と、科学者、技術者にとってのその重要性を理解するのに役立ちます。

科学者、技術者は角度と力についての理論を証明するために実験を利用しました。テキストブックはそれらの実験と理論をポピュラーな名称をつけて示しています。このキットの実験と理論はこれらの名称（例えば、'モーメントの原理'）に従うようにしているので、テキストブックや授業で得る情報と較べることができます。

キットは蓋付のケースに入っており、またそれには以下に示す実験を行うのに必要な部品が全て入っています。

2. 実験リスト

このキットでは、以下のような実験ができます。

- ・ 梁への集中荷重
- ・ 梁の材料
- ・ 梁の断面寸法
- ・ 梁の支点
- ・ 片持ち梁の長さ

3. 注意事項

ワークパネル

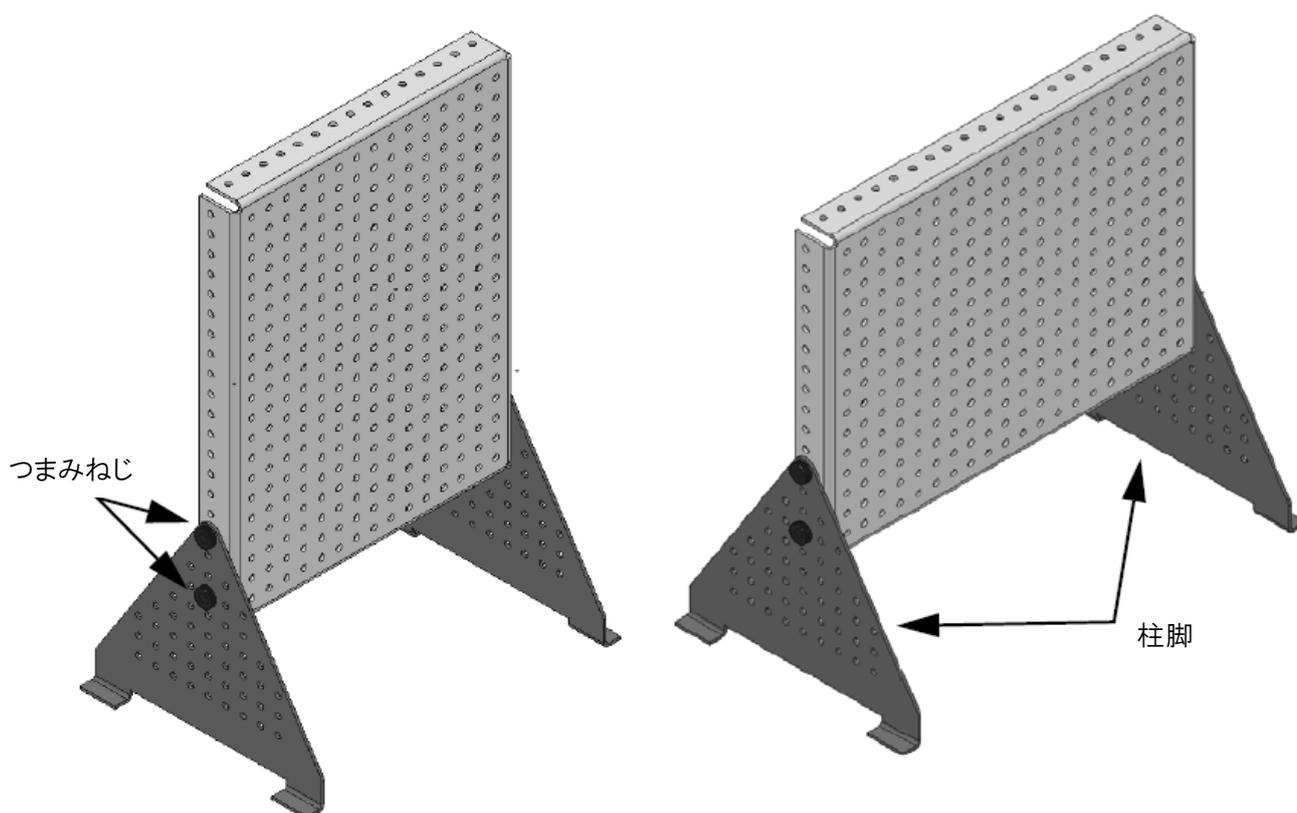


図2 ワークパネル取り付け方の代表例

ワークパネルは実験に応じて種々な方法でサポート（支持板）に取り付けます。ワークシートに当社が推奨するサポートへの取り付け方が示されていますが、あなたのデスクに合った別な方法で取り付けてもかまいません。サポートのワークパネル支持法を変えるには、サポートのワークパネルに対する向きを変える間、指導教官やクラスメートにワークパネルを支えてもらうようにしてください。ワークパネルをどのように取り付けようとも、必ずつまみねじとつまみナットで両側のサポートをワークパネルにしっかりとめてください。

錘、ウエイトハンガ、カ

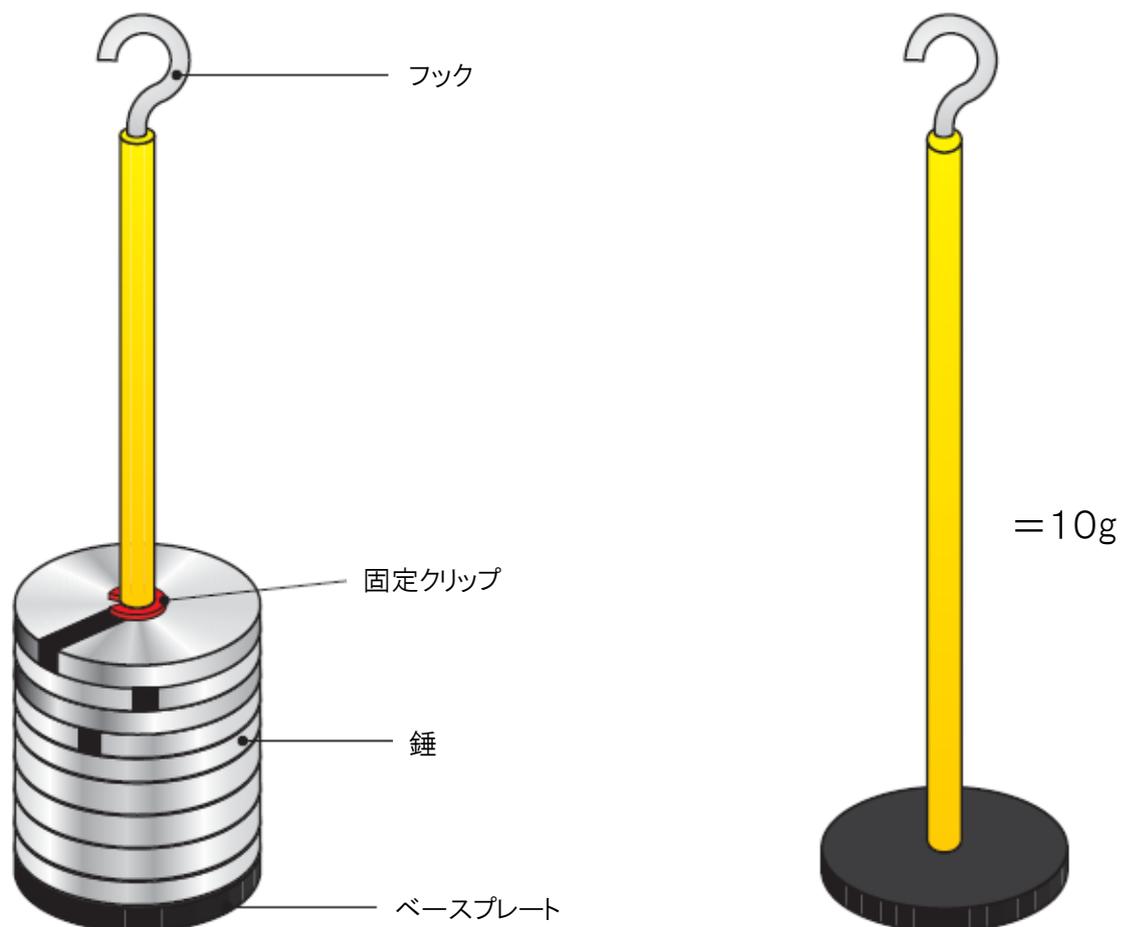


図3 ウエイトハンガ

本実験装置附属の錘にはグラムマークがあります。計算には力の単位（ニュートン-N）を用います。

すなわち、

$$1\text{kg}=9.81\text{N}、100\text{g}=0.98\text{N}$$

注：ウエイトハンガ自身の重さは10gですので、100gにするには9×10gの錘を載せるだけでよい。

重さ	力 (N)
1×10g = 10g	0.098
10×10g = 100g	0.98
20×10g = 200g	1.96
30×10g = 300g	2.94
40×10g = 400g	3.92
50×10g = 500g	4.90

マグネットベースの使い方

ダイヤルインジケータの裏側から金属保護板を慎重に取り外す（図4）。その保護板をキットの他の部品と共に安全に保管してください。

ワークパネルにダイヤルインジケータを慎重に滑らせます。

実験が終わったとき、ダイヤルインジケータをワークパネル上に取り付けたままにするか、保護板をインジケータのマグネットベース（磁気台）に再び取り付けます。



図4 慎重に保護板を取り外す

注意：ダイヤルインジケータは必ずワークパネル上で滑らせ、パネルに強くあててはなりません。それをするとダイヤルゲージを損傷させ、塗装に傷がつきます。

ダイヤルインジケータには強力な磁石が含まれています。ダイヤルインジケータを扱う場合は敏感な機械式時計や計器をそのゲージから遠ざけてください。

ダイヤルゲージを使い終わったら、保護板を必ず元に戻してください。

ダイヤルゲージのセットアップとゼロ点調整

1. ワイヤスターラップを通して梁を滑りこませ、その梁を固定ブロックに取り付ける。
2. ダイヤルインジケータアセンブリを、その先端が梁の上面にまさに触れるところまでゆっくりと滑り降ろす。
3. ダイヤルゲージの外枠を回して、0 が頂上に来るようにする。
4. ダイヤルゲージの先端が梁に軽くかかったままで、小ダイヤルが 0 を指示し、大ダイヤルがほぼ 0 を指示するまでダイヤルゲージ本体をさらに滑り下ろす。その先端が梁を押し下げるほど（たわませるほど）押し下げてはならない。
5. 必要なら長針が 0 になるようにダイヤルゲージの外枠を僅か回す。外枠をいずれかの方向に 30 度以上回さねばならないようなら、ダイヤルインジケータの高さを僅かに再調整する。
6. 小さい方の内側ダイヤルはたわみを mm 単位で表示する。大きい方の外側ダイヤル（目盛板）は 1 目盛り 0.01mm でたわみを表示する。

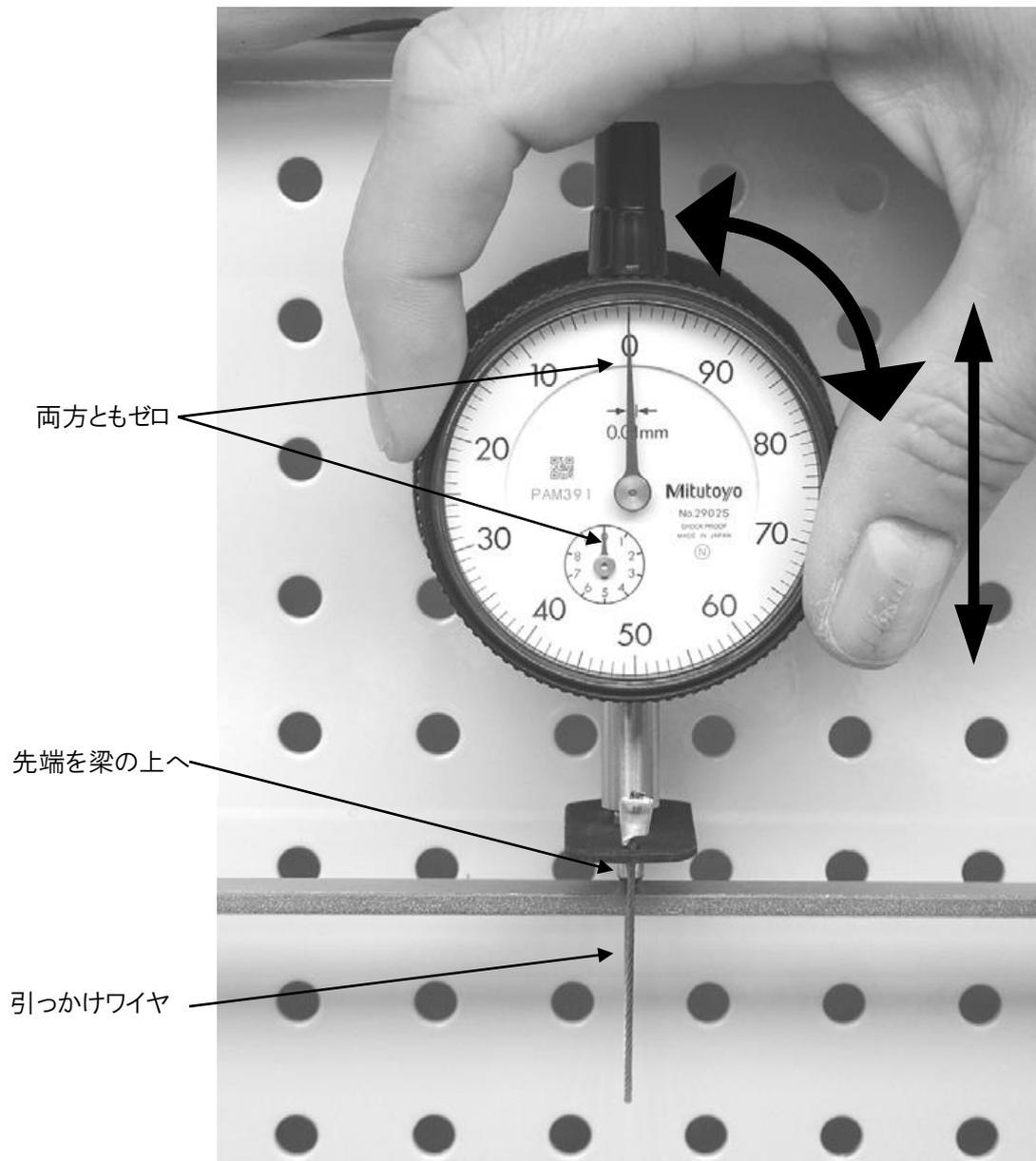


図 5 ダイヤルゲージのセットアップとゼロ合わせ

固定ブロックの使い方

固定ブロックは単純ナイフエッジ支持（図 6）や固定梁のクランプ（図 7 と 8）の働きをします。棒スパナ（附属）を用いて固定ブロックの上側部品を緩めたり締めたりします。梁を正しくクランプするためには梁をブロックに完全に通したか、両側の隙間が等しくなったか（ $x=y$ ）また梁が中央に来たか（ $A=B$ ）、クランプが梁を公平に押えているかを確認してください。

注意：クランプを締めすぎないでください。梁やクランプを傷めます。

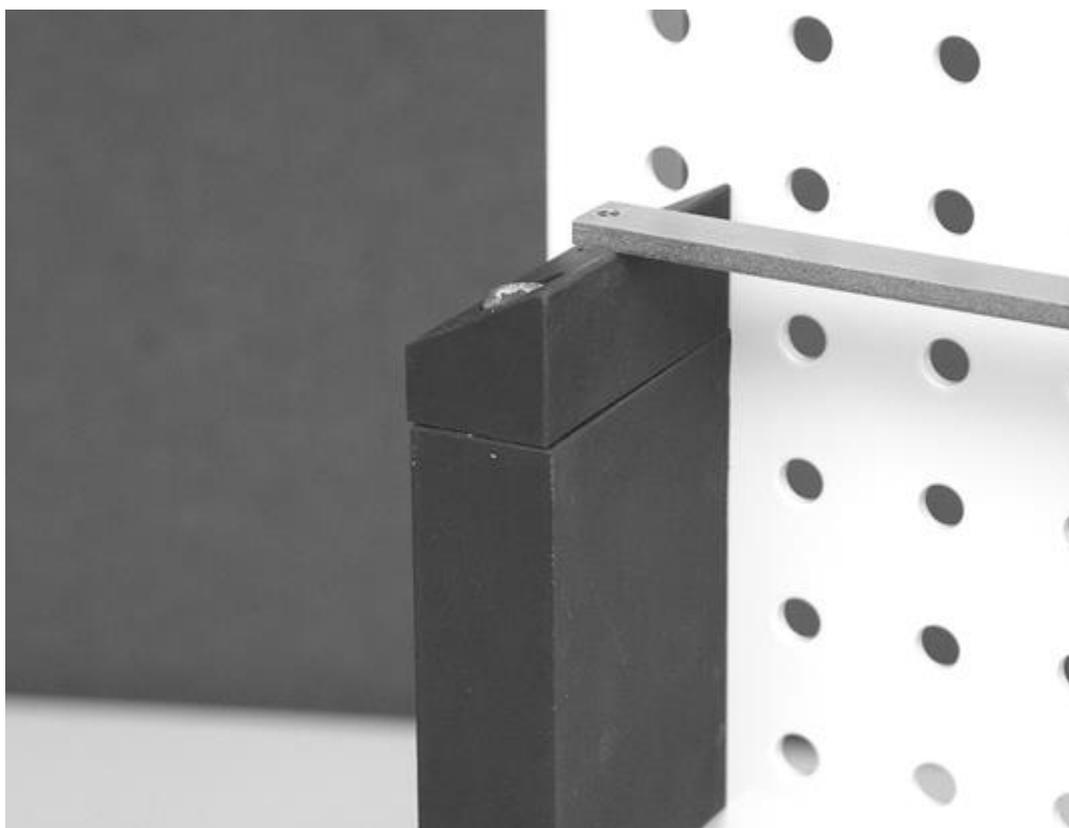


図 6 単純支持としての固定ブロック

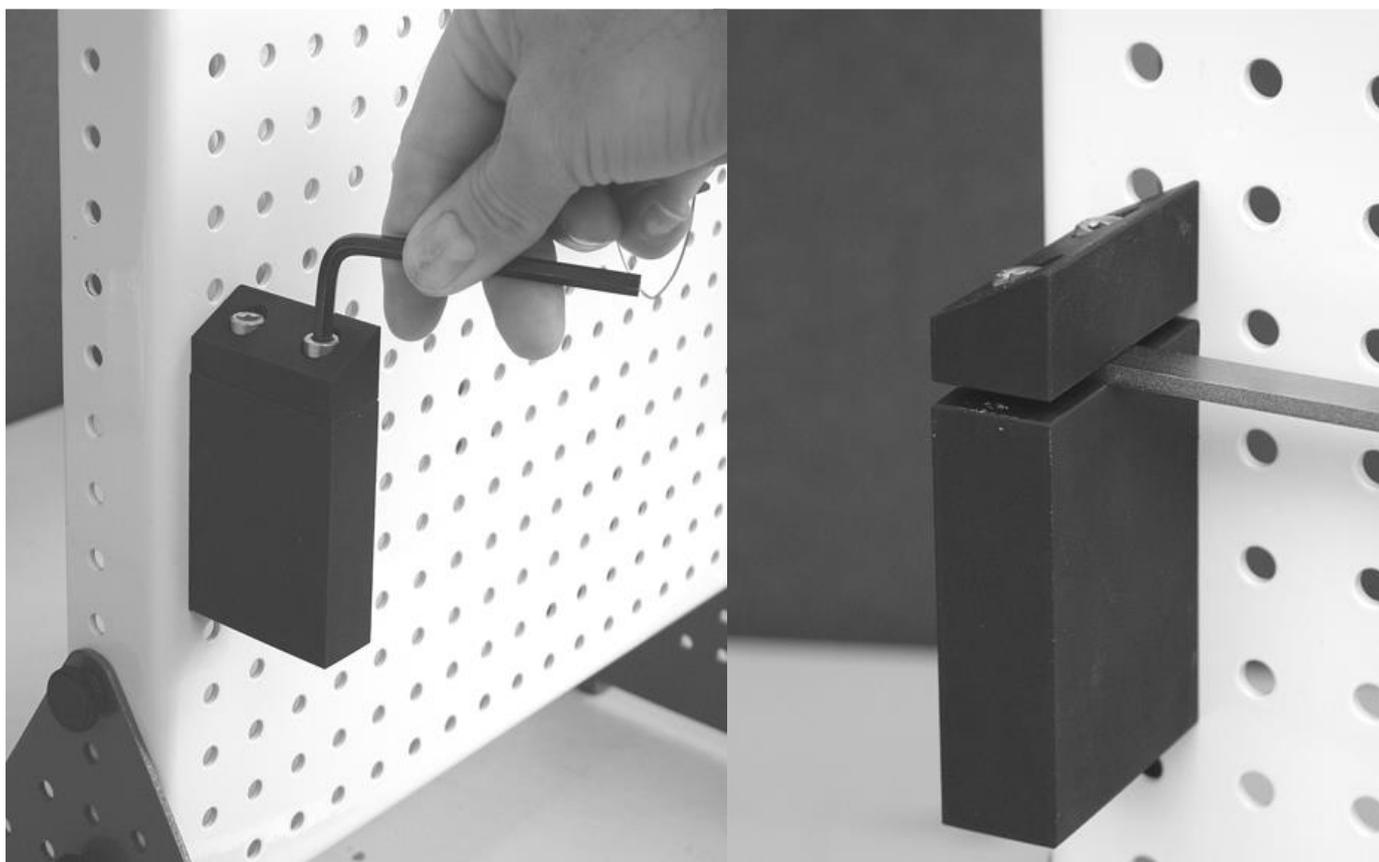


図7 クランプとしての固定ブロック

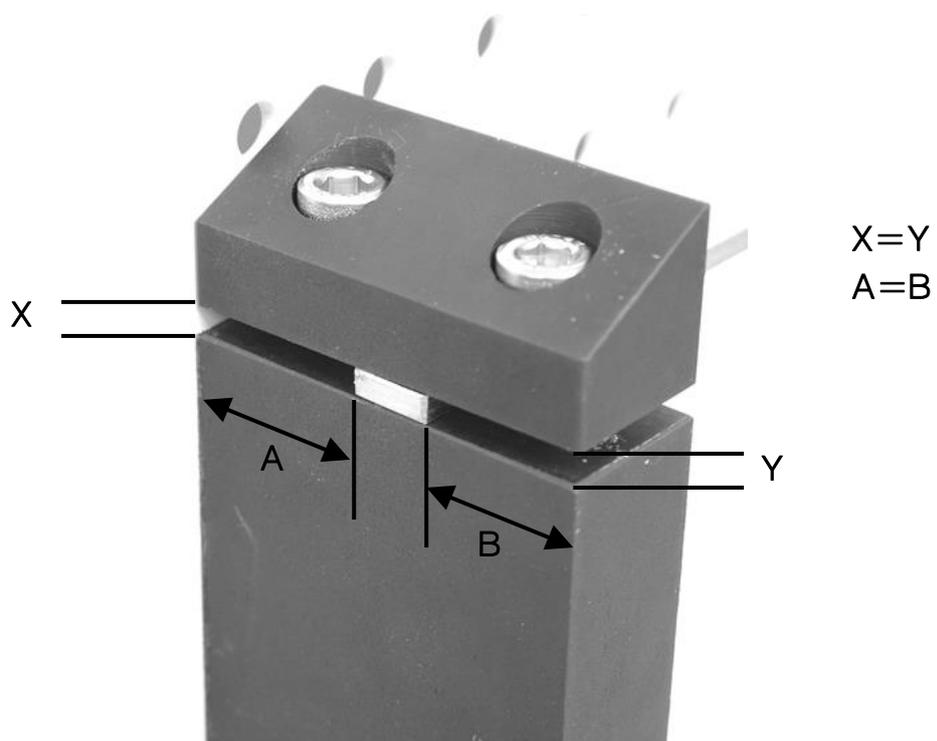


図8 固定梁用クランプとしての固定ブロック

正確な結果を得るには

- ・ 急いで実験を行わない
- ・ 読み取りごとにダブルチェックする
- ・ 結果に自信を持ってない場合は実験を繰り返す
- ・ 説明書に別の方法をとるように書かれていなければ、読取前にワークパネルを軽く叩いてください。機械部品が互いにくっつき合っていることがあります（摩擦で生じる）。これはしばしば'固着'とか静摩擦とかいわれます。ワークパネルを叩くとこれを減らすのに役立ちます。

結果は正確に理論どおりになると期待しないでください。理論は、完全な科学的条件に基づいているので、常に'完全'か'理想的'な結果を示します。'実際'の結果は、装置の精度と如何に注意深く実験を行ったかによって、理論と僅かな差がでるでしょう。

初めから正しい結果を得ようとするよりも、間違いをし間違いを見つけようとするれば実験から多くのことが学べるはずで

4. 理論

イントロダクション

梁は一種の構造物です。構造物の目的とするところは荷重を支えることです。これはその構造物が単純とか複雑であるとかにかかわらず真実です。梁は複雑な構造物の一部となりうることはもちろん、それ自身が一つの構造物となりえます。後に出てくる片持梁は、まさにその梁の応用例です。

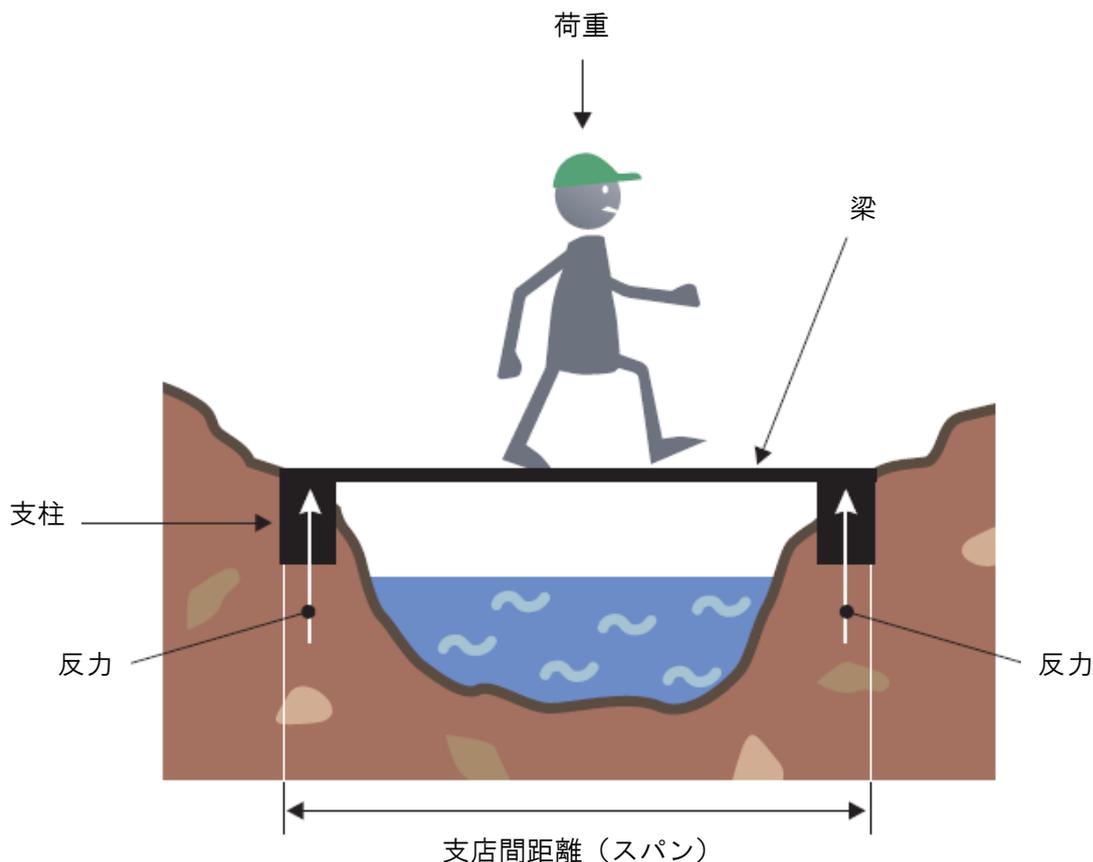


図9 単純梁の構造物

構造物はそれにくわえられた荷重を支えるのに十分な強さがなければならぬだけでなく、壊れることなく安定して機能しなければならないことは明らかです。例えば、ゼリーで橋を作ることができるか、ゼリーの強度によっては我々の重さを十分に支えることができるでしょうが、その橋がぐらついたり壊れたりしたら構造物としての機能が疑われます。言い換えると、強度はもちろんですが構造物のたわみは相応で実用上問題ないものでなければならないということです。

それ故、構造物がその上からかけられた荷重でどれほどたわむかを考察することは重要なことです。実験では、単純梁の構造物を熟視し、それらのたわみ量を定義する要因を調べます。

表記

シンボル	意味	単位
δ	たわみ	M
b	幅	M
d	厚さ	M
K	支点種類による 梁の定数	-
E	ヤング係数	Nm ⁻² または Pa
I	断面 2 次モーメント	m ⁴
L	支点間長さ (スパン)	m
m	重り	g
W	荷重	N

表 1 表記

たわみに影響を及ぼす要因

梁のたわみに影響を及ぼす主な要因は五つあります。

1. 荷重、その種類（形）、その位置、その大きさ
2. 梁の材料
3. 梁の断面寸法-梁の幅と高さ
4. 支点（支持）の種類とその固定状態、つまり支持が梁とどのような相互作用をしているか
5. 梁のスパンあるいは支点間距離

これらの五つの要因を組合すと次の一般的な梁の式が得られます。

$$\delta = \frac{WL^3}{KEI}$$

この梁の式は、梁と荷重が単純な形、配置をしている場合にだけ適用できます。なお、荷重などの用語は式の各用語と共に後で説明されます。このキットはそれらの用語を理解するのに役立ちます。

荷重

梁にかけられる荷重には種々な種類があります。これらには集中荷重（梁の一点に集中する荷重）、等分布荷重（広がっている荷重）およびモーメント（回転力）が含まれます。解析を簡単にするために、このキットでは集中荷重だけを用いて、荷重点の梁のたわみを測定します。

梁の材料

梁の式に用いられる材料の特性はそのこわさ（剛性）にあります。材料が異なればこわさも異なります。

材料のこわさは英国の物理学者トーマスヤングの名をとって命名されたヤング係数で与えられ、記号“E”で与えられます。それは応力のひずみに対する比、もっと簡単に言うと、くわえた一定量の力に対してどれほど伸びたかということです。大抵の金属材料は、過重な荷重が加わって永久変形するまで、この比は一定です。これらの材料はフックの法則に従うといわれます。このキットの材料はすべてこのフックの法則に従い、それによる実験も梁が永久変形するような荷重をくわえることのないような設計になっています。

個々の金属合金のヤング係数は一定、つまり合金の強度は著しく異なってもそれらのヤング係数は比較的小許容範囲内に収まっています。表 3 に ES4 の梁の材料で想定しているヤング係数のテキストブック値を示します。

素材	ヤング係数 E (Pa)
アルミニウム	69×10^9 (69GPa)
銅	105×10^9 (105GPa)
軟鋼	200×10^9 (200GPa)

表 3 ヤング係数のテキストブック値

梁の寸法

厚さ以外は全く同じ 2 本の梁を持っているとしましょう。それぞれを順に曲げようとする、厚い方はほとんど曲がらない、つまり厚い方が頑丈であろうことは直感的に分かります。

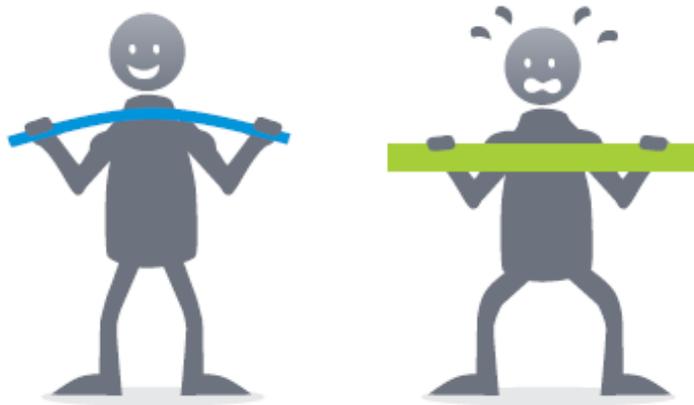


図 10 梁を曲げる

しかしながら、直感ではこのこわさが厚さに比例しないということはありませんが、実際には厚さの 3 乗になるので、厚さの僅かな変化がこわさに大きな影響を及ぼします。

梁のこのような寸法による特性を断面二次モーメント'I'といいます。

長方形断面の梁の断面二次モーメントは式 (1) で与えられます。

$$I = \frac{bd^3}{12} \quad \text{..式 (1)}$$

技術者は混乱を避けるために（幅、厚さを英語では）width、thickness の代わりに breadth、depth という用語を用います。いずれが幅なのか厚さなのかを間違えないために、例えば、同じ梁でも力をどこにかけるかで二つの I 値があるので、かける荷重の方向を確かめねばなりません。

これをおぼえる最も簡単な方法は、厚さは荷重の方向と同じ方向の梁の寸法であると憶えればよい。

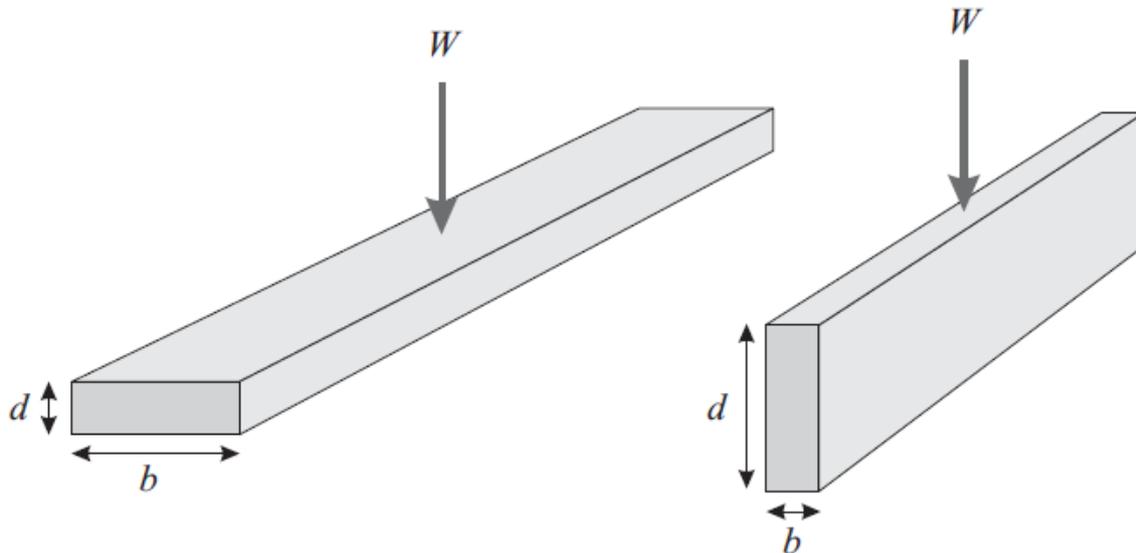


図 11 断面二次モーメント

計算例

厚さ $d = 3.1\text{mm}$ (0.0031m)

幅 $b = 9.5\text{mm}$ (0.0095m)

$$\text{断面二次モーメント } I = (0.0095 \times 0.0031^3) / 12 = 2.36 \times 10^{-11}$$

厚さ $d = 9.5\text{mm}$ (0.0095m)

幅 $b = 3.1\text{mm}$ (0.0031m)

$$\text{断面二次モーメント } I = (0.0031 \times 0.0095^3) / 12 = 2.21 \times 10^{-10}$$

梁の支点と固定状態

梁や片持梁は幾つかの方法でつかむなり支えて実用的な構造物にしなければなりません。図 9 の例では、川の堤防がその支点（支持物）となっています。

実在の構造物では、これらの支持物は非常に複雑になることがあるので、基礎的なレベルでは、我々は理想化した支点を使いました。これらは比較的解析をしやすくする特性の分かった支点です。

我々は3種類の支点と固定状態を扱いますが、その際このノートの後で出てくる図を使います。これらの支点を組合せると梁の種々な固定状態が全て得られ、またそれによって梁の公式の“K”の値が影響を受けます。

1. ピン支点

ピン支点は梁を接点で回転できるようにしますが、梁が落ちたり押し動かされたりはさせません。（回転が自由な支点）。



図 12 ピン支点

2. ピン・ローラ支点

ピン・ローラ支点は梁を接点で回転できるようにしますが、梁が落ちるようなことはさせません。梁が押し動かされるのは妨げません。（回転と移動が可能な支点）。

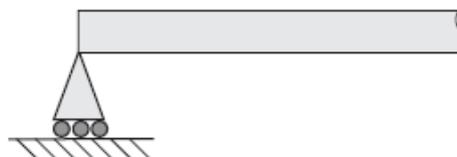


図 13 ピン・ローラ支点

3. 両端固定または固定支点

両端固定支点は梁を回転や落ちたり押し動かされたりはさせません。（移動も回転もさせない支点）



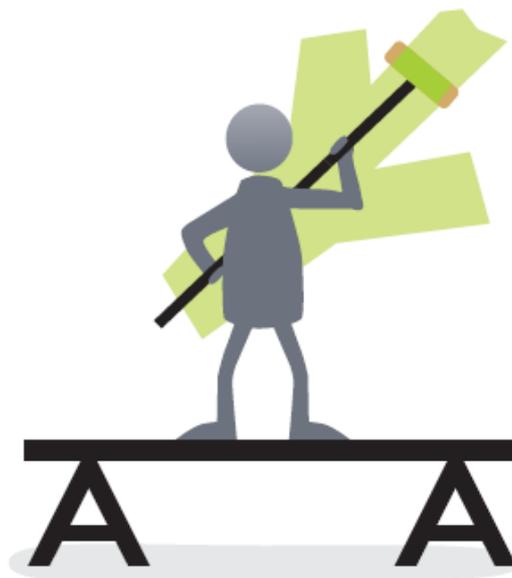
図 14 固定支点

単純支持梁

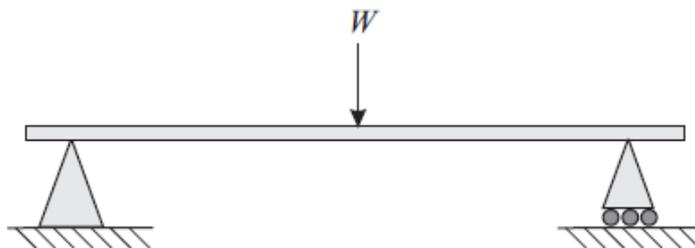
両端は回転自由ですが、梁が横に離れ落ちることはありません。**K=48**.

キットのナイフエッジ支持はピン支持とピン・ローラ支持の両方の働きをするので、単純支持の働きをします。

代表例



簡略図



実験キット
組立図

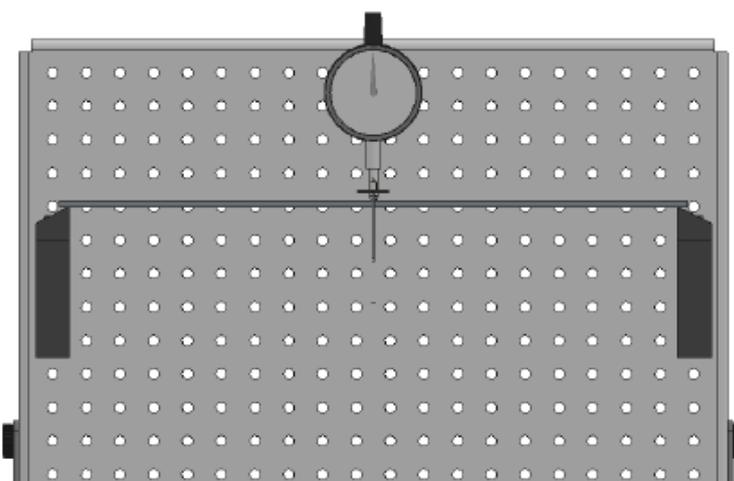
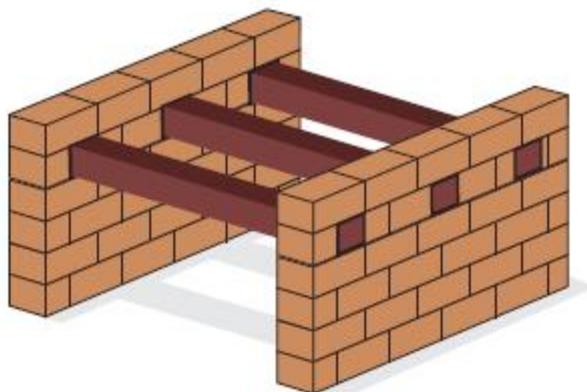


図 15 単純支持梁

固定梁

両端はしっかりと固定されています。梁端は動きません。**K=192.**

代表例



簡略図

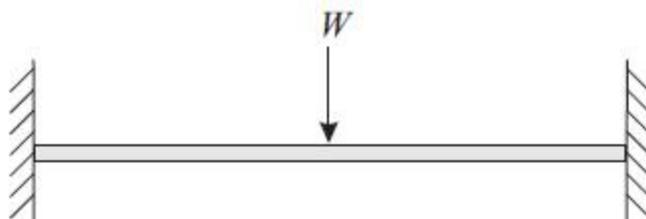
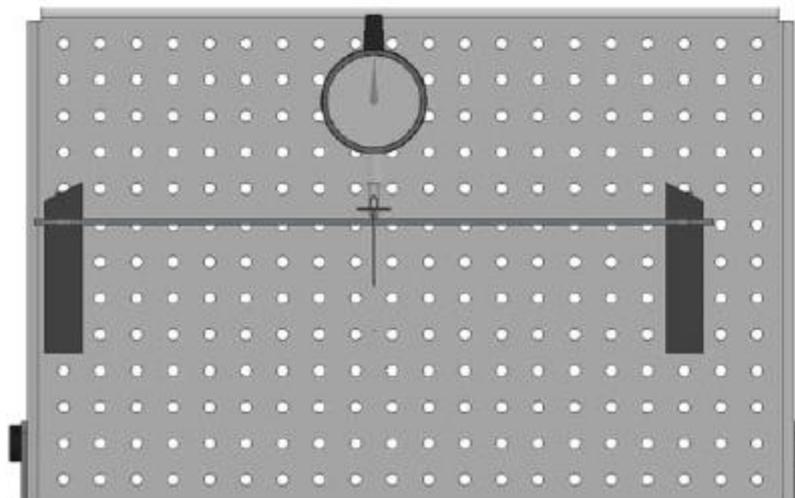
実験キット
組立図

図 16 固定梁

片持梁

一端は固定され、他端は自由に動きます。 $K=3$.

代表例



簡略図



実験キット
組立図

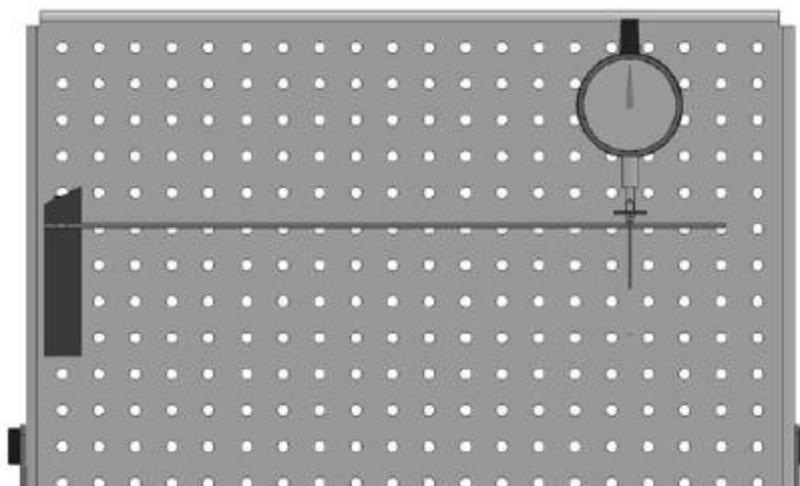


図 17 片持梁

一端固定他端単純支持梁

一端は固定され、他端は垂直移動ができません。 $K=110$ 。

代表例



簡略図

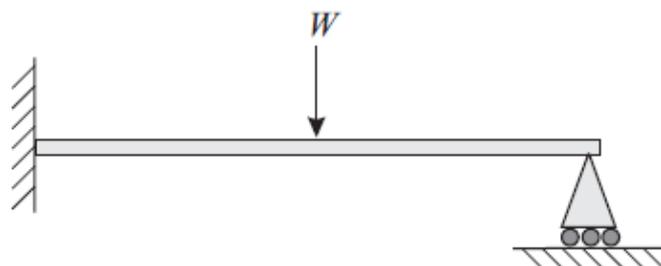
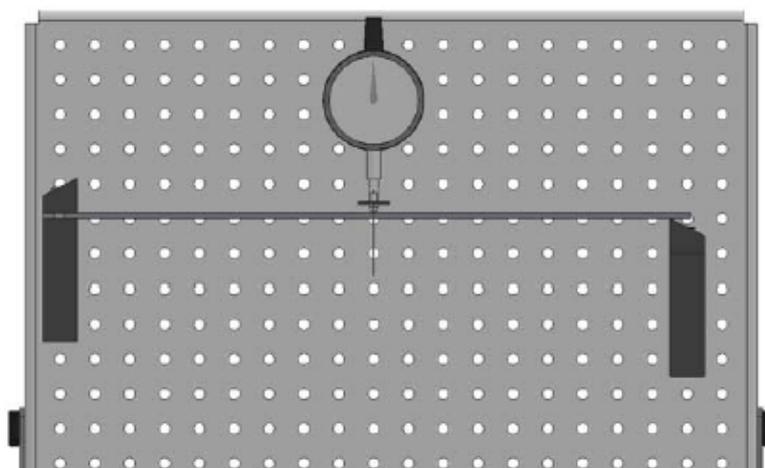
実験キット
組立図

図 18 一端固定他端単純支持梁

梁の支点間距離（スパン） L

梁のたわみに影響を及ぼす最後の要因は支点間距離つまりスパン' L 'で、これは単なる梁の支点間の距離、片持梁の場合は固定端と荷重点間の距離です（構造面から見ると片持梁の残りの部分は、実際は何もしないので）。

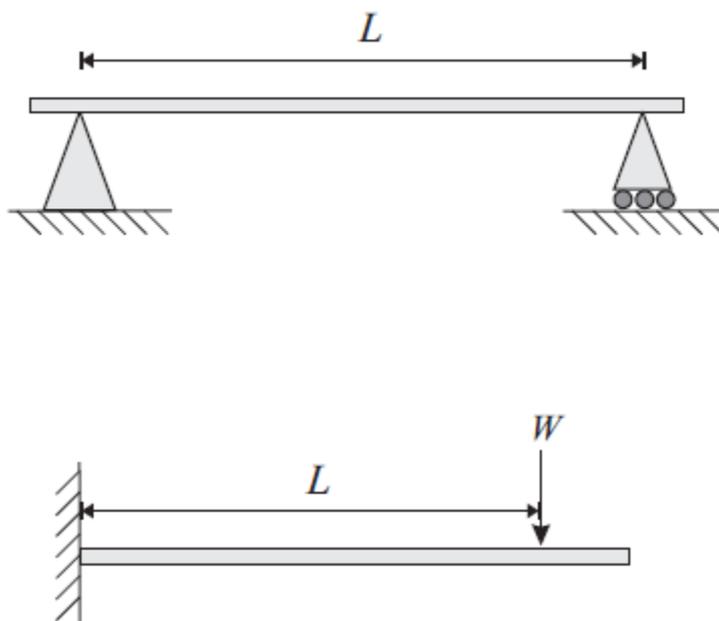


図 19 梁の支点間距離（スパン）

梁の種類とたわみ

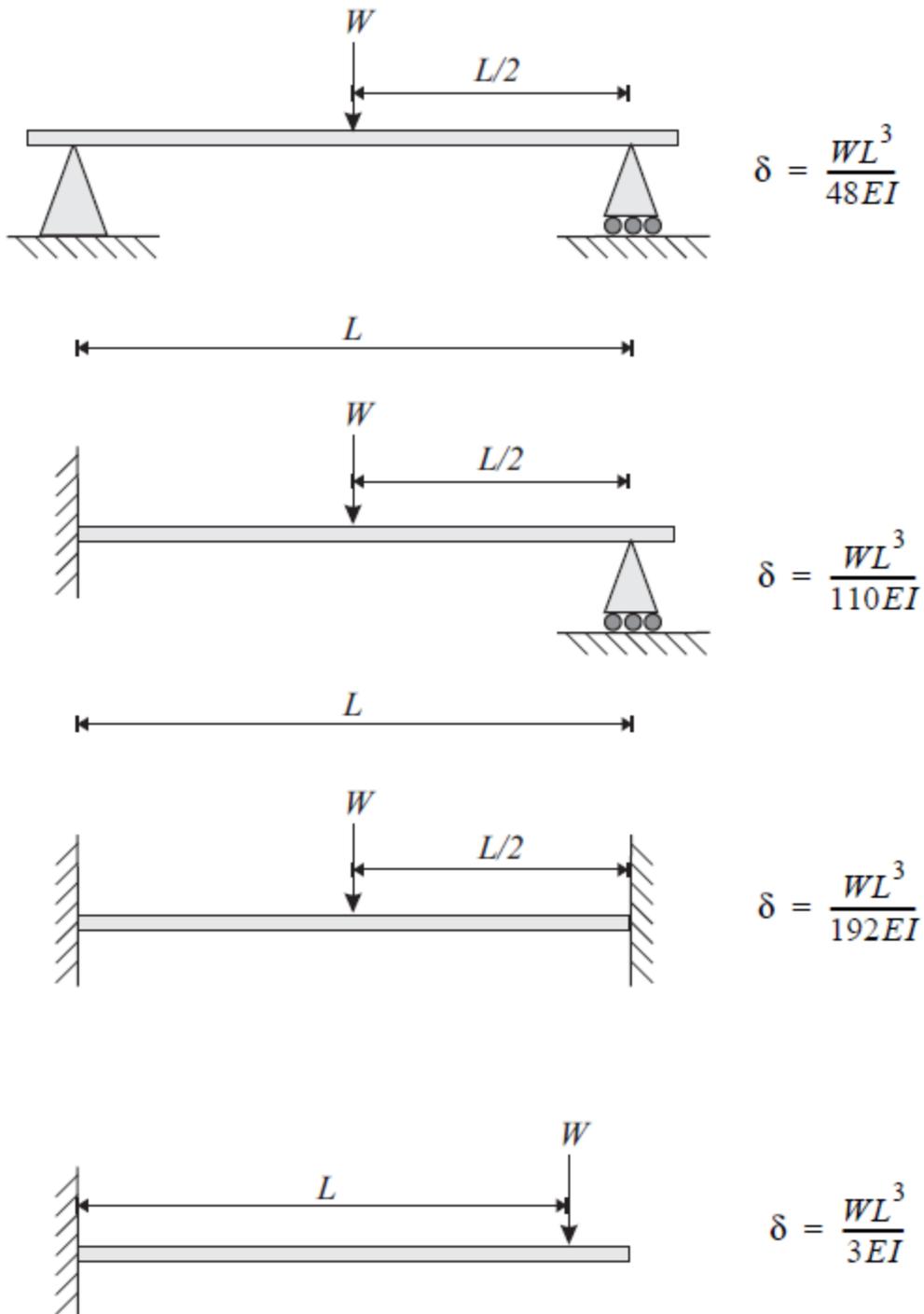


図 20 梁の種類

たわみと荷重との関係

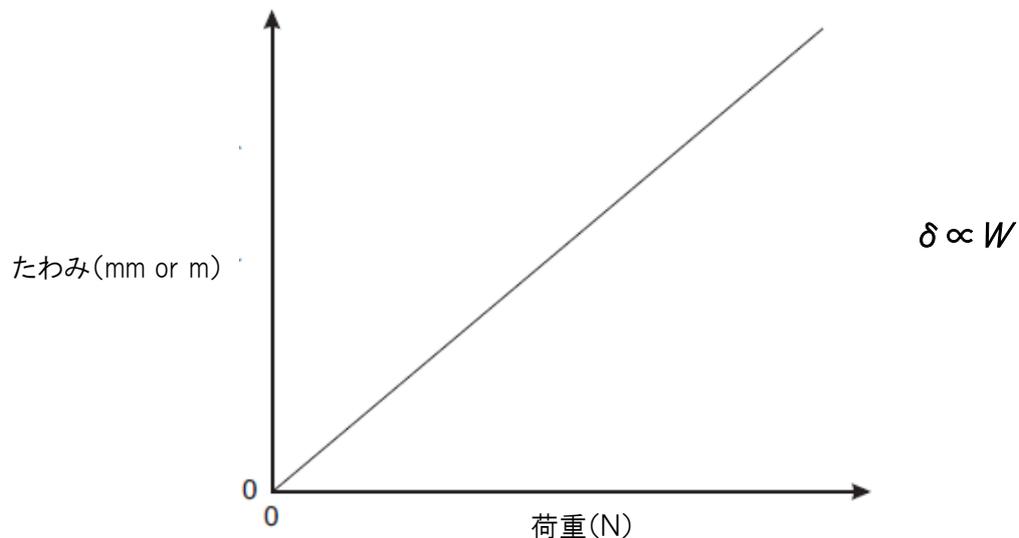


図 21 梁のたわみ

図 21 が示すように、このキットで用いる 4 種類の支持方法での荷重に対するたわみのグラフはどれも線形（直線）になるはずですが、この直線がグラフの原点（0、0）を通るはずですが、このことは梁のたわみ公式のそのほかのどれもが（どの係数も）一定な場合は、**たわみは荷重に正比例すること**を示しています。

たわみとヤング係数との関係

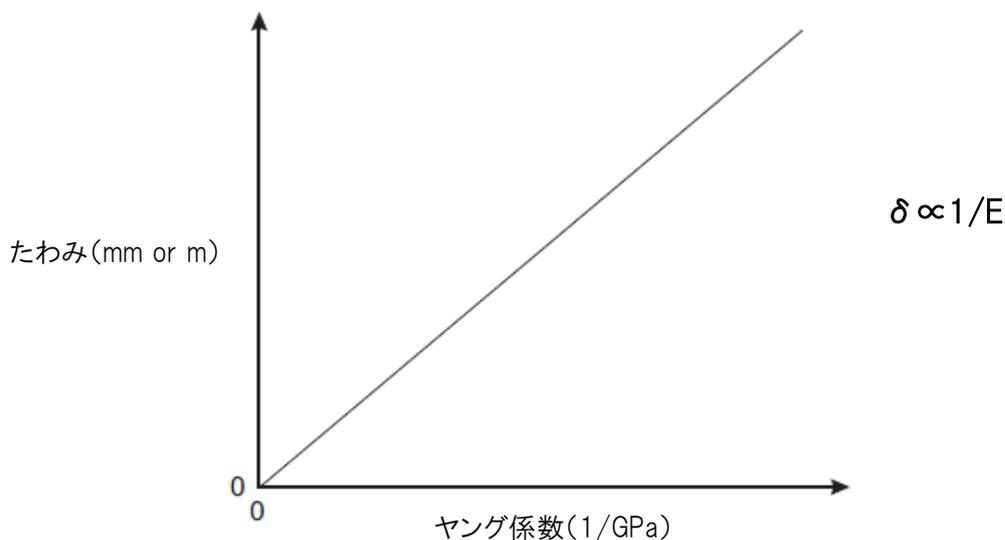


図 22 たわみとヤング係数

図 22 が示すように、このキットで用いる梁の支持方法でのヤング係数の逆数に対するたわみのグラフは線形（直線）となるはずですが、この直線がグラフの原点（0、0）を通るはずですが、このことは梁のたわみ公式のそのほかのどれもが一定な場合は、**たわみはヤング係数の逆数に正比例すること**を示しています。

たわみと断面 2 次モーメント (I) の関係

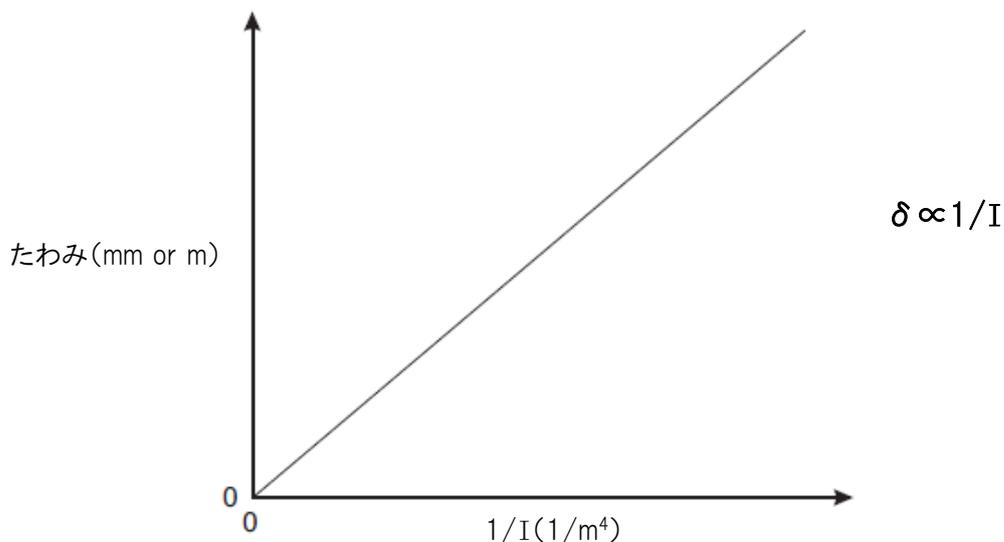


図 23 たわみと I

図 23 が示すように、このキットで用いる梁の支持方法での I の値の逆数に対するたわみのグラフは線形（直線）となるはずで
 す。また、この直線はグラフの原点（0, 0）を通るはずで
 す。このことは梁のたわみ公式のそのほかのどれもが一定な場合は、
たわみは I の逆数に正比例することを示しています。

たわみと支点間距離との関係

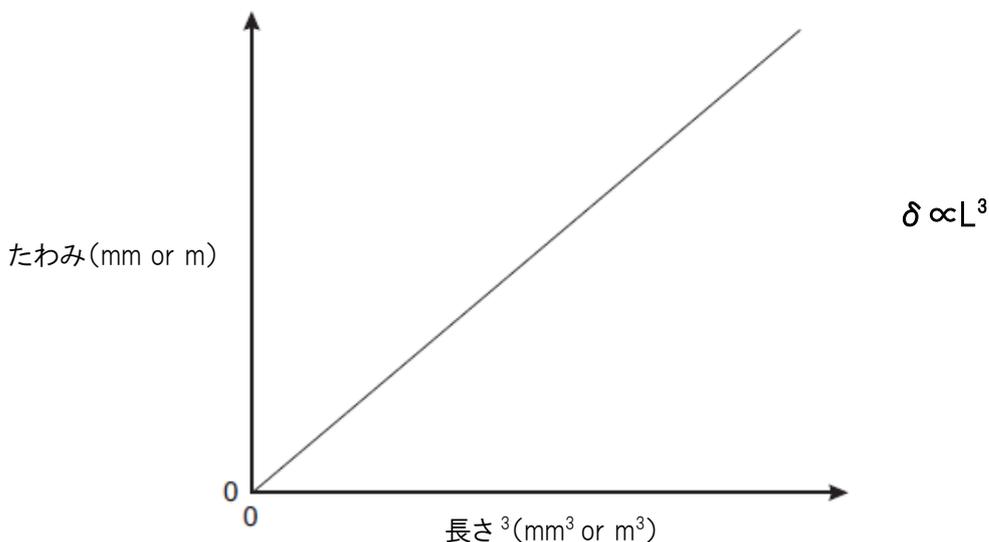


図 24 梁と支点間距離

図 24 が示すように、このキットで用いられる 4 種類の支持方法での支点間距離の 3 乗に対するたわみのグラフは線形（直線）
 になるはずで
 す。また、その直線はグラフの原点（0, 0）を通るはずで
 す。このことは梁のたわみ公式のそのほかのどれもが一
 定な場合は、**たわみは支点間距離の 3 乗に正比例する**ことを示しています。